

## Наглядная геометрия как средство развития мышления младшего школьника

А.В. Белошистая



Проблема обновления содержания обучения в начальных классах является частью проблемы организации развивающего обучения ребенка младшего школьного возраста. Психологическое обоснование важности и особой значимости этой проблемы было разработано Д.Б. Элькониным (1960, 1966) и В.В. Давыдовым (1966, 1972), в исследованиях которых было детально показано, что **решающим фактором в развитии мышления** младших школьников выступает **содержание обучения**. Тем не менее изменения собственно содержания обучения за последние 30 лет в математическом образовании младших школьников практически не происходило.

Разработанный в 60-е годы курс «Математика» (в отличие от предшествовавшего ему курса «Арифметика») включил в себя элементы арифметики, алгебры и геометрическую пропедевтику. В те годы такая реорганизация традиционного арифметического курса для начальных классов была достаточно революционна. Тем же путем идут и все сегодняшние авторы учебников математики для начальных классов. «Различия между так называемыми "альтернативными" учебниками и нашими сводятся в основном к объему изучаемого материала, к введению некоторых других методических приемов», – пишет М.И. Моро. При этом она отмечает, что различия в программах и учебниках часто связаны с повышенными требованиями к подготовке детей, поступающих в школы разных видов ( т.е. в среднее звено)\*.

Можно оспаривать данный взгляд, но нельзя не согласиться, что фактически он в неявном виде выражает те традиционные отношения между начальной школой и средней, при которых сегодня (как и десятилетия назад), несмотря на декларирование **ценности и самостоятельной значимости** каждого периода в жизни ребенка, **начальная школа по-прежнему воспринимается большинством педагогов** (особенно педагогов-предметников) **всего лишь как подготовительный этап к переходу в среднюю школу**, «где ребенком займутся уже по-настоящему».

Начальная школа сегодня – это фактически замкнутый концентр системы образования, нацеленный главным образом на то, чтобы дать ребенку элементарные навыки чтения, письма, счета и расширить его представления об окружающем мире. Крайний консерватизм этого концентратора поддерживается не только фактически единой программой содержания образования в начальной школе (госстандартом), но и общепринятой системой подготовки учителей для начальных классов как в педучилищах, так и на соответствующих факультетах вузов. В частности, математическая подготовка этих учителей жестко ограничена рамками небольшого объема элементарной математики, выстроенного главным образом вокруг понятия «натуральные числа и операции с ними». Такое содержание математической подготовки

\* Моро М.И., Волкова С.И. Начальный курс математики // Начальная школа: плюс-минус. 2000, № 4.

учителя было обусловлено долгими годами работы по единому учебнику (стабильному) во всех регионах бывшего Советского Союза и теперешней России. Этот единый учебник был выстроен на основе понятия «натуральное число» и действиях с ним (счет, вычисления, измерение скалярных величин и действия с именованными числами, арифметические задачи).

Сегодня эта жесткая связь становится главным камнем преткновения на пути обновления содержания обучения младших школьников. **Учитель начальных классов не подготовлен к такому обновлению математического содержания.**

Возможно, именно поэтому практически все методические исследования последних десятилетий, порожденные процессом «поворота школы лицом к ребенку», процессом упрочения позиций развивающего обучения, разрабатывают главным образом проблемы управляемых изменений методов обучения младших школьников (сегодня это принято называть «технологии»), но практически не касаются изменения содержательной стороны обучения (имеется в виду не повышение уровня сложности изучаемых понятий, например более сложные уравнения, более длинные примеры на порядок действий, более сложные задачи и т.п., а изменение самого перечня изучаемых понятий и его иерархии). Те небольшие содержательные различия, которые имеют место в существующих учебниках, нельзя считать значимыми в решении задачи обновления содержания обучения математике младшего школьника. Однако такие изменения необходимы, если всерьез принять постулат о том, что содержание обучения определяет не только **уровень развития мышления ребенка** этого возраста, но и, как показано В.В. Давыдовым (1972), определяет **стиль и способы его мыслительной деятельности.**

Практика десятилетнего периода реализации альтернативных учебников по математике для

начальных классов показала, что значительных сдвигов в уровне развития мышления детей, обучавшихся по этим учебникам, не произошло. Более того, попытки усложнения традиционного содержания в ряде альтернативных программ приводят к плачевным результатам: упрочившейся практике отбора детей в «развивающие системы», увеличению количества детей, не усваивающих минимальный объем математики уже в начальной школе. При этом причины, порождающие данную ситуацию, являются очевидными для всех: низкий уровень развития продуктивного мышления ребенка, неадекватный стиль мыслительной деятельности, неразвитый «мыслительный аппарат». Проще всего прикрываться житейскими рассуждениями о том, что математика дается не каждому, а потому не всем нужна. Намного сложнее поставить себе цель – научиться использовать математическое содержание по прямому назначению, т.е. как аппарат развития мышления, ибо «математика ум в порядок приводит», и в этом главная ее ценность!

**В данной статье вниманию учителей начальных классов предлагается один из способов развития продуктивного мышления ребенка через обновление математического содержания посредством введения в практику работы «Наглядной геометрии» в качестве дополнительного материала к учебникам.** Экспериментальная работа по апробации предлагаемого содержания ведется с 1990 г. в школах не только г. Мурманска и его области, но и во многих школах страны (в Котласе, Вологде, Перми, Владимире, Ульяновске, Тамбове и т.д.), что подтверждает наша многочисленная почта.

Выбор геометрического содержания в обучении математике младшего школьника как предмета данного исследования не был случайным. Геометрия давно и прочно вошла в систему общего образования во всех странах. Исторически геометрия является «матерью» всей сегодняшней матема-

тики. Цели и результаты обучения геометрии не ограничиваются рамками предметных знаний, предусмотренных программой, поскольку сам процесс изучения геометрии имеет ничем не заменимое воздействие на общее развитие личности: формирование мыслительных процессов, восприятия, воображения, памяти, внимания. Но при этом высокая проблемность обучения геометрии в средней школе – на сегодня факт общеизвестный. Геометрический материал составляет значительную часть всего математического содержания обучения в старших классах (35–45%), относится к циклу точных наук, но в то же время, в определенном смысле, является самым «гуманитарным» из всех «негуманитарных» предметов. Исследования показывают, что «провал» в геометрической подготовке – это, как правило, своеобразный индикатор неблагополучия и в гуманитарном образовании школьника.\*

Развитие логики и развитие интуиции – две важнейшие равноправные функции геометрического образования, которые отмечал еще Пиаже: «Доказывают при помощи логики, изобретают при помощи интуиции. Геометрия, как, пожалуй, никакой другой предмет, способствует развитию обоих качеств, поскольку логический и интуитивный аспекты в этом предмете пересекаются наиболее тесно. Диалектическое единство двух противоречивых тенденций, которое мы наблюдаем в геометрии, делает эту дисциплину уникальным и необходимым предметом изучения».

Несмотря на общепризнанную важность изучения геометрии в школе, кризис в обучении геометрии школьников в настоящее время имеет общемировой характер.\*\*

Большинство ученых при этом приходит к выводу, что принципиальным тормозом в деле геометрического образования является установившееся за многие годы положение курса геометрии в школе, систематическое изучение которого начинается в 7-м классе. Элементы же геометрических знаний, которые ребенок получает до этого периода как в 5–6-х классах, так и в начальной школе, настолько скудны, что никакой пропедевтической базы фактически составить не могут.\*\*\*

Анализ содержания учебников математики для начальных классов показывает, что геометрическому материалу, например, в стабильных учебниках систем 1–3 и 1–4 отведено всего от 1 до 3,5% учебного содержания.\*\*\*\*

Однако акцентирование геометрического содержания в нашем подходе обусловлено отнюдь не желанием помочь учителям старших классов, «спускающая» геометрию в начальную школу, тем самым увеличить срок ее изучения. Причина в том, что геометрический материал в гораздо более высокой степени, чем арифметический, и тем более алгебраический, соответствует ведущему в младшем школьном возрасте виду мышления – образному. На сегодня многие исследователи согласны с тем, что процесс развития мышления ребенка следует строить на основе развития ведущего в данном возрасте вида мыслительной деятельности. А для того чтобы реализовать этот процесс, следует использовать как адекватное содержание (т.е. позволяющее обеспечить систематическую образность подачи), так и технологии, опирающиеся на образный стиль мышления. Геометрическое содержание отвечает этим требованиям в полной мере. Выбор технологии его изучения, действительно, долгие годы был боль-

\* Гнеденко Б.В. Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе. 1991, № 4.

\*\* Дорофеев Г.В. Непрерывный курс математики в школе и проблема преемственности // Математика в школе. 1998, № 5.

\*\*\* Левитес Г.Г. Введение в геометрию // Математика в школе. 1990, № 6.

\*\*\*\* Белошистая А.В. Почему школьникам так трудно дается геометрия // Математика в школе. 1999, № 6.

шой проблемой, поскольку используемый в старших классах жестко формализованный способ обучения геометрии (большинство детей просто учит наизусть теоремы и их доказательства) не только не приносит никакой пользы, но отвращает большинство детей от этого содержания (сегодня экзамен по геометрии сдают по выбору единицы выпускников, а решение геометрической задачи – самая большая проблема для любого абитуриента даже математического факультета).

Мысль о том, что курс «Наглядной геометрии» был бы полезен в начальной школе, не является новой. Еще в начале XX в. о необходимости и желательности насыщения математического содержания, предназначенного для младшего школьного возраста, геометрическим материалом писали Д. Мордухай-Болтовский (1908), В. Кемпбель (1910), Л. Гурвич (1912).

Тем не менее эти мысли так и не были реализованы в практике обучения младших школьников, хотя методисты-математики неоднократно возвращались к этой идее, что хорошо видно по большому количеству цитированных выше статей из журнала «Математика в школе». Сложилась такая ситуация, думается, вследствие того, что, с одной стороны, укоренилась убежденность в том, что найти доступные детям младшего возраста способы представления геометрического материала невозможно, а с другой стороны, вследствие уже упомянутой выше неготовности учителя начальных классов к подобному изменению содержания обучения математике. Таким образом, решение означенной проблемы требовало одновременной разработки обоих аспектов.

Базой для разработки первой стороны проблемы – как формирования содержательной стороны нового курса, так и построения методики его изучения в начальной школе – послужили психологические исследования процесса развивающего обучения младшего школьника. Результаты этих исследований свидетель-

ствуют о высокой эффективности использования **моделирования** различных видов как для развития мышления детей, так и для формирования у них полноценной учебной деятельности (П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, А.В. Запорожец, Л.В. Венгер, Л.М. Фридман, Н.Г. Салмина и др.).

Психологической особенностью детей младшего школьного возраста является преобладание наглядно-образного мышления, им сложно иметь дело с абстракциями. В основе арифметического материала лежит понятие «число», что является абстракцией высокой степени общности (для его осознания ребенок должен отключиться от всех непосредственно воспринимаемых сенсорикой качеств объекта: с точки зрения количественной характеристики собака и табуретка – объекты одного рода, у них по 4 ноги). В основе геометрического содержания лежит форма и ее пространственное расположение. Восприятие формы (основа распознавания), формирующий образ предмета складывается на основе объединения в комплекс тактильных, зрительных и кинестезических ощущений (двигательных, связанных с ощупыванием, поворачиванием и т.п.) – психологи называют их сенсорными. Сенсорная информация определяет и «ведет» образный тип мышления. Чем больше этой информации, тем больше пицци для этого типа мышления. Способ обучения, построенный на непрерывном потоке сенсорной информации и оперировании этой информацией, является адекватным для развития образного типа мышления.

Моделирование как деятельность, изначально ориентированная на сенсорные функции психики, рассчитанная на максимальное использование и стимуляцию образного мышления, является наиболее эффективным, психологически обусловленным, соответствующим физиологическим возможностям мозга детей 6–10 лет способом обучения.

Наиболее доступным для ребенка 6–7 лет по сравнению с другими спосо-

бами моделирования (графическим, символическим) является **построение моделей из вещественного материала** (бумага, палочки, геометрические мозаики, конструкторы и т.п.). Эта моделирующая конструктивная деятельность позволяет построить наглядную сенсорно воспринимаемую модель изучаемого понятия или отношения, что чрезвычайно важно как с точки зрения психологических особенностей детей младшего школьного возраста, так и с точки зрения процесса усвоения понятий.

Иными словами, выбор геометрического содержания был не причиной, а следствием изучения и анализа эффективности различных способов развития мышления детей младшего возраста.

В связи с этим мы полагаем, что **основным методом**, используемым в курсе «Наглядная геометрия» для формирования геометрических представлений, должна являться **собственная моделирующая деятельность ребенка** с адекватными (целесообразными) моделями изучаемых понятий и отношений.

Отсюда цель «Наглядной геометрии» видится в использовании геометрического содержания и соответствующей методики работы с ним для развития мышления ребенка. Очевидно, что высокая сенсорная насыщенность материала и постоянная активная деятельность ребенка с ним способствуют также развитию восприятия, внимания, образной памяти и воображения ребенка (что подтверждается постоянным психологическим мониторингом). Как следствие, при этом естественно происходит формирование геометрических представлений и развитие пространственного мышления.

Проблема создания такого курса заключается в том, чтобы найти и реализовать в системе учебных заданий те действия с вещественными моделями геометрических понятий, с помощью которых дети могли бы сами **открывать** их свойства и **осознавать** существенные признаки. Ос-

новным методом обучения в курсе «Наглядная геометрия» является, таким образом, **метод действия с объектами**, а не метод наблюдения над ними (как это делается в основном курсе геометрии сегодня). В большей мере эта работа производится на интуитивной основе, на уровне осмысления через ощущение, поскольку практическая деятельность (в отличие от теоретической) чаще использует догадку, интуицию. Такая практическая деятельность будет стимулировать развитие «геометрического чутья», «геометрического видения», а значит, и геометрического мышления.

Деятельность моделирования может иметь различный характер. Например, решая задачу и записывая арифметическое действие с помощью математических знаков и символов, ученик строит символическую модель реальной ситуации (реальной действительности). Это – символическое моделирование. Моделирование может быть графическим – графическое отражение объекта (чертеж) или ситуации (схема), а также образным – в этом случае человек умеет представить себе объект или ситуацию и мысленно выполнить преобразование этой модели по заданным параметрам (увеличить, уменьшить, расчленивать, переместить, трансформировать и т.д.).

Наиболее доступным первокласснику (как 6, так и 7 лет) является **конструирование**, т.е. моделирование, предполагающее использование для построения модели различного вещественного материала. Модель такого вида называют макетом.

В процессе отбора геометрического содержания для младших школьников мы не считали необходимым строго следовать логике построения евклидовой геометрии, так как смысл «Наглядной геометрии» состоит не в ранней формализации знаний и не в заучивании строгих формулировок. Главный критерий отбора содержания – насколько данные теоретические положения поддаются **наглядному моделированию** (макет, схема,

чертеж). Причем содержание, отобранное для изучения в 1-м классе, должно полностью адекватно моделироваться в вещественных моделях, а содержание, предназначенное для усвоения во 2–4-х классах, должно в равной мере подаваться как вещественному, так и графическому моделированию. Этот принцип отбора содержания можно назвать **принципом наглядной моделируемости**.

Кроме того, мы не считали необходимым ограничиваться рамками только плоскостной геометрии. На ранних этапах своего математического развития ребенок с большим интересом работает с объемными телами и пространственными отношениями.

Одним из оснований к введению в курс этих понятий являются результаты экспериментов психологического характера, проведенных с целью исследования того, как ребенок открывает для себя пространственные отношения. Ж. Пиаже пишет, что, как выяснилось в ходе экспериментов, порядок развития идей ребенка в области геометрии кажется обратным порядку их исторического открытия.

Научная геометрия начинается с системы Евклида (трактующей фигуры, углы и т.д.), развивается в XVII столетии в так называемую проективную геометрию (имеющую дело с проблемами перспективы) и, наконец, в XIX столетии приходит к топологии (описывающей пространственные отношения в общем качественном виде, например, различие между открытыми и замкнутыми структурами, внешним и внутренним, близостью и разделением).

«Ребенок, – пишет Ж. Пиаже, – начинает с последнего: его первые открытия являются топологическими. В возрасте 3 лет он легко различает открытые и замкнутые фигуры. Если вы попросите его срисовать квадрат или треугольник, он нарисует замкнутый круг; он рисует крест двумя открытыми линиями. Если вы показыва-

ете ему рисунок большого круга с маленьким кругом внутри, он может воспроизвести это отношение, но может также нарисовать маленький круг вне большого или соприкасающийся с ним краем. И все это может сделать прежде, чем сумеет нарисовать прямо-угольник или выразить евклидовы характеристики фигуры (число сторон, углов и т.д.). Лишь значительно позже того, как ребенок овладеет топологическими отношениями, он начинает развивать свои понятия евклидовой и проективной геометрии. И тогда он строит их одновременно»\*.

Теоретические основы построения «Наглядной геометрии» в начальных классах были изложены в диссертационном исследовании автора данной статьи еще в 1992 г. и многим казались тогда удивительными и неправдоподобными. Сегодня понимание того, что курс начальной геометрии должен быть фузионистским (включающим пространственные отношения), является общепризнанным.

Поскольку геометрический материал осваивается ребенком в ходе выполнения моделирующей деятельности, необходимо было выстроить не только содержание курса, но и разработать систему заданий, определяющих последовательность действий учащихся в процессе изучения геометрических понятий и отношений. При выполнении таких конструктивных заданий в 1-м классе дети работают с различным вещественным материалом – палочками, бечевкой, конструктором, нелинованным листом бумаги неправильной формы (модель плоскости) и т.п. По мере развития мелкой моторики подключается работа с графическими моделями (рисунок, чертеж), которая к 4-му классу становится преимущественной и начинает сопровождаться общеупотребимой геометрической символикой (буквенные обозначения геометрических объектов, знаки отношений и т.п.).

\* Пиаже Ж. Избранные психологические труды. – М., 1969. – С. 121–126.

**Приведем примеры конструктивных заданий, которые выполняют ученики 1-го класса** на базе нелинованного листа бумаги неправильной формы (модель плоскости) в ходе изучения неопределяемых геометрических понятий – точка, прямая, плоскость – и отношений между ними:

1. Согните лист бумаги так, чтобы имеющаяся на листе точка оказалась на линии сгиба. (У детей в руках лист неправильной формы с точкой в произвольном месте.)

Проведите пальцем по сгибу. Приложите к сгибу линейку. Как назвать линию, которая получилась на сгибе?

2. На чистом листе поставьте точку (проткните стержнем дырочку) и согните лист так, чтобы полученная на сгибе прямая прошла через эту точку. Можно ли провести таким методом еще одну прямую через ту же точку? Проведите ее. Сколько еще таких прямых можно получить?

После выполнения этого задания можно делать вывод о том, что через одну точку можно провести много прямых.

3. Поставьте на чистом листе 2 точки в любых местах (проткните дырочки стержнем). Попробуйте согнуть лист так, чтобы линия сгиба прошла через обе точки. У всех ли это получилось?

Возьмите другой лист, поставьте точки по-другому. Согните лист так, чтобы линия сгиба прошла через эти две точки.

Проделайте то же самое на третьем листе, поставив точки иначе. Как вы думаете, всегда ли можно провести прямую через две точки? Делается вывод о том, что это можно сделать всегда (количество опытов в данном случае делает индуктивный вывод вполне правомочным).

4. Далее в ходе выполнения аналогичной работы дети убеждаются в том, что провести прямую через три произвольно поставленные точки практически невозможно.

5. Ученикам предлагается вернуться к первому и второму листам, повторить вывод о количестве прямых, которые можно провести через

одну точку. После этого предлагается на третьем листе получить другую прямую, проходящую через те же точки. Дети практически убеждаются, что это невозможно. Вывод: через две точки можно провести только одну прямую.

Таким образом моделируя пространственные отношения наиболее доступным для этого возраста способом, с опорой на наглядно-образное мышление, практическую деятельность и кинестезические ощущения (проведя пальцем по прямому острому сгибу бумаги, который в любом случае является слегка шероховатым, ребенок закрепляет представление о прямой линии на тактильном уровне), ученик легко усваивает начальные геометрические понятия и отношения. Использование линейки, карандаша и линованной бумаги в тетради для проведения этой работы менее эффективно, так как ученики не осмысливают самого понятия «прямая линия», имея перед глазами разлинованную поверхность, от которой они пока не умеют абстрагироваться, – обычно в тетради они даже точки стараются ставить на пересечении линий, а сгибание выполняют, ориентируясь на разлиновку страницы. Кроме того, приходится тратить много времени на обучение правильному пользованию линейкой и карандашом, без которых на данном этапе можно вполне обойтись.

Безусловно, разработка подобных серий заданий вкупе со «сценарием» всего урока потребует от учителя начальных классов основательного «углубления» в геометрический материал, а также методической фантазии в придумывании серий взаимосвязанных конструктивных заданий. В связи с этим в ходе экспериментальной работы решалась задача не только отбора соответствующего содержания, но и методическая разработка всего курса, поскольку работа с непривычным материалом создает учителю дополнительные проблемы и может вызвать неприятие такого содержания. С целью решения этой проблемы были разработаны «сценарии» всех уроков

курса для четырех лет обучения (128 уроков). Пользуясь такими «сценариями», учитель должен только адаптировать их к особенностям своего класса («сильные» «математичные» дети или класс выравнивания...). Мы предвидим, что в этом месте читающие нашу статью профессионалы удивленно поднимут брови – рекомендация абсолютно непривычного для младших школьников содержания (в том числе и классу выравнивания) – у многих вызовет скептическую улыбку. Однако опыт работы десяти лет показывает, что это содержание не только «идет» в таких классах, но и сам по себе этот курс в такой форме, как мы предлагаем, является мощнейшим средством коррекции и развития ребенка с проблемами обучения. Наши учителя сегодня используют это содержание в работе с детьми в классах компенсирующего обучения (речевые проблемы, проблемы зрения, ЗПР) и даже при работе с детьми с умственной отсталостью. Эффективность курса при работе с такими детьми обусловлена его преимущественно действенной (деятельностной, предметно-практической) основой.

Приведем пример «сценария» урока для 1-го класса (начало второго полугодия) по теме «ВНУТРИ И СНАРУЖИ» (сегодня эта тема уже есть во многих альтернативных учебниках).

**Методическая цель урока:** уточнить представления детей о внутренней и внешней части плоской фигуры. Познакомить с термином «граница фигуры».

**Упражнение 1.** Выполняется на нелинованном листе. Учитель предлагает детям обвести по рамке круг.

**Примечание.** Пластмассовая рамка с геометрическими прорезями определенной формы используется как инструмент для получения рисунков фигур в 1-м классе, пока дети не могут активно работать с инструментами. Такие рамки можно приобрести в канцелярских магазинах, но в случае необходимости их лег-

ко изготовить по прилагаемому к учебно-методическому комплекту шаблону.

– Поставьте три точки красным карандашом внутри круга.

Проходя по классу, учитель просматривает работы, и после этого задание выполняется на доске (круг заранее начерчен циркулем).

– Поставьте три точки зеленым карандашом снаружи круга. Где можно больше поставить точек, внутри или снаружи круга? Почему? (*Внутри меньше места – значит, и точек можно поставить меньше.*)

**Упражнение 2.** Учитель:

– Посмотрите, где я поставлю точку. (Учитель ставит точку на границе круга.)

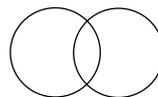
– Как вы скажете, где я поставила точку: внутри или снаружи?

Обсуждая ответ, дети приходят к выводу, что в данном случае точка находится и не внутри, и не снаружи. Учитель помогает им, подсказывая слово «граница». Можно напомнить о линии, разделяющей два государства, которая не принадлежит ни одному из них. Делается вывод: граница круга – окружность.

**Примечание.** С понятиями «круг» и «окружность» дети к этому времени уже знакомы, умеют работать с циркулем. Рамка с прорезями в виде геометрических фигур заводского образца используется для быстрого рисования фигуры нужной формы и ее закрашивания.

**Упражнение 3.** Учитель предлагает детям заштриховать внутреннюю часть круга – красным, внешнюю – зеленым, а границу круга обвести по рамке синим карандашом.

**Упражнение 4.** Детям предлагается начертить по рамке две окружности так, как у учителя на образце. Одну рамку нужно обвести красным, другую – синим карандашом.



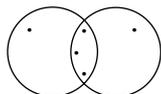
– Поставьте красную точку так, чтобы она попала в красный круг, но не в синий. (Учитель просматривает ра-

боты, затем задание выполняется на доске.)

– Теперь поставьте точку синим цветом так, чтобы она попала только в синий круг, но не в красный.

– Теперь зеленым цветом поставьте точку так, чтобы она оказалась одновременно и в красном, и в синем круге.

– Поставьте еще три точки таким же образом. Где они все оказались?

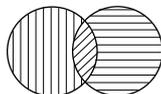


(Это место – пересечение двух кругов. Дети показывают его, обводя рукой на доске. Термин «пересечение» не дается, просто говорим, что это место на чертеже – общее для двух кругов.)

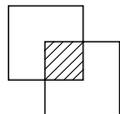
Закрашиваем эту область зеленым, отмечая, что любая точка из этой области попадает одновременно и в красный, и в синий круг.

*Упражнение 5. Учитель:*

– Закрасьте красным то место на чертеже, где все точки попадают только в красный круг, но не в синий. Аналогично – в синий, но не в красный (синим цветом).

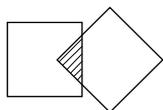


*Упражнение 6.* Повторяем упражнения 4 и 5, используя квадрат (рамка). Когда рисунок полностью раскрашен, задаем вопрос: «Какой формы получилась общая часть двух квадратов?» (т.е. зеленая фигура).



(Четырехугольник, квадрат.)

*Упражнение 7.* Детям предлагается, используя рамку, начертить два квадрата так, чтобы их общая часть имела форму треугольника. Закрасить их общую часть.



*Упражнение 8. Учитель:*

– Начертите два квадрата так, чтобы у них была только общая сторона. Общую сторону отметьте красным карандашом.

– Начертите два квадрата так, чтобы у них была только одна общая точка. Отметьте эту точку красным карандашом.

*Упражнение 9. Учитель:*

– Сложите из 5 палочек два треугольника. Как они должны быть расположены? (*У них общая сторона.*) Общую сторону отметьте красной палочкой.

– Сложите из 7 палочек три треугольника. Как они должны быть расположены? Можно ли отодвинуть один треугольник от другого?

*Упражнение 10. Учитель:*

– Сколько минимально нужно палочек, чтобы сложить 3 квадрата? Как они должны быть расположены? Можно ли отодвинуть один от другого? Почему нельзя?

Текст сценария урока показывает, что мы имеем в виду под собственной моделирующей (исследовательской) деятельностью ребенка. Учитель реализует на уроке систему заданий, выполнение и анализ которых подводит детей к пониманию искомым связей и зависимостей. Главным результатом такого урока является не накопление формальных знаний (терминов, запомненных приемов деятельности, формулировок определений), а накопление образов объектов и образов способов действий с объектами, а также опыт анализа ситуации, анализа отношений объектов и связей между ними.

Приведем пример «сценария» урока для 2-го класса четырехлетней начальной школы по теме «КВАДРАТ И КРУГ» (12-й урок первого полугодия).

**Методическая цель урока:** познакомить детей с практическим способом вписывания квадрата в круг.

*Упражнение 1.* На альбомном листе дети чертят циркулем окружность произвольного размера и вырезают ее.

Учитель просит сразу отметить центр круга, проколов его либо острием циркуля, нажав посильнее, либо стержнем ручки.

*Упражнение 2.* Учитель:

– Согните круг так, чтобы центр оказался на линии сгиба.

– Что можно сказать о двух получившихся частях круга? (*Они одинаковые.*)

– Почему вы думаете, что они одинаковые? (*Они совпадают.*)

– Проведите пальцем по отрезку, разделившему круг на две равные половины. Где находится центр круга? (*На середине этого отрезка.*)

– Такой отрезок, который проходит от края круга до другого края через центр, называют **диаметром**.

– Согните круг пополам еще раз. Где оказался его центр? (*На острие угла.*)

– Это «острие» называют **вершиной**.

– Покажите пальцем вершину угла. Покажите центр круга. Проведите пальцем от центра до края круга. Какая получилась линия? (*Прямая.*) Проведите пальцем от центра по другому краю. Какая получилась линия? (*Прямая.*)

– Посмотрите на получившийся угол. Какой он по форме? (*Прямой.*)

– С помощью какого инструмента это можно проверить? (*С помощью угольника.*)

Дети проверяют прямой угол угольником.

– А теперь сравните свои углы с углом соседа по парте. Какие они? (*Одинаковые.*)

– А будут ли они одинаковыми с моим углом? (Учитель работает вместе с детьми, поэтому у него в руках такая же модель.) (*Да, будут.*)

– Почему так происходит, ведь у всех были разные окружности? (*Углы все прямые, а все прямые углы равны между собой.*)

*Примечание:* с этим свойством прямых углов дети уже встречались при работе с моделями другой формы.

– Проведите пальцем по стороне, противоположной цент-

ру круга. Можно ли сказать, что она прямая? (*Нет, она кривая.*) Это – **дуга**.

– Соедините по линейке два противоположных конца дуги. Ножницами отрежьте по этой линии. Как вы думаете, какая получится фигура, когда мы развернем лист?

Дети высказывают предположения. Затем разворачивают лист.

– Что это? (*Квадрат.*) Как проверить, что это квадрат?

Дети проверяют фигуру с помощью циркуля и угольника.

– В нашем квадрате вы видите две линии сгиба. Что за точка отмечена в центре квадрата, чем она была сначала? (*Центром круга.*) Кто помнит, как я назвала отрезок от края круга до другого края, проходящий через центр? (*Желательно не подсказывать детям слово, а дать время, чтобы они вспомнили его. Обычно кто-то обязательно вспоминает правильное слово.*)

– Теперь круга нет, а эти отрезки соединяют противоположные вершины квадрата. Разорвите квадрат по этим линиям. Какого размера все четыре треугольника? (*Равные.*) Как это проверить? (*Их надо сложить вместе, и они совпадут.*) Отложите треугольники в сторону.

*Упражнение 3.* Учитель:

– На листе синей бумаги начертите окружность наибольшего размера. Вырежьте ее. Что вам напоминает круг из синей бумаги? (*Озеро, вечернее небо, темное окно...*)

– Пусть этот синий круг будет символом долгой полярной ночи. Разложите на круге равномерно свои треугольники вершинами к центру круга (пока дети не знакомы с понятием симметрии, следует опираться на интуитивное ощущение «равновесия» в узоре орнамента.)

Треугольники крепятся на круг клеевым карандашом или пластилином.

– Что можно поместить в центр орнамента, чтобы он был красивым? (*Круг или квадрат.*)

– Давайте поместим в центр крас-

ный круг. Что может означать красный круг в центре большой и темной полярной ночи? (*Солнце.*)

*Примечание.* Окончание полярной ночи знаменуется красным заревом, появляющимся на горизонте и предвещающим скорый восход солнца. Об этом знают все дети северных регионов. В других регионах можно дать другие аналогии, без параллели с полярной ночью.

– Начертите красный круг меньшего размера, вырежьте его и поместите в центр орнамента. Что могут означать белые треугольники на нашем орнамента, если в центре большой полярной ночи (синяя основа) мы поместили долгожданное красное солнышко? (*Крыши домов; дома, засыпанные снегом; саамские чумы.*)

– Посмотрите в окно – что окружает наш город? (*Сопки.*)

– Давайте закончим наш орнамент, чтобы было понятно, что вокруг города высятся сопки, покрытые снегом.

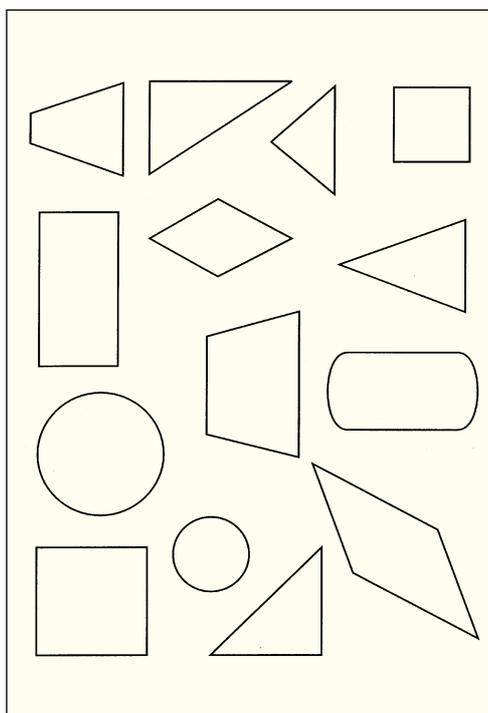
Учитель берет кисть и густой белой гуашью проводит по краю круга волнистую линию. Дети делают то же самое. Орнамент закончен и расшифрован.

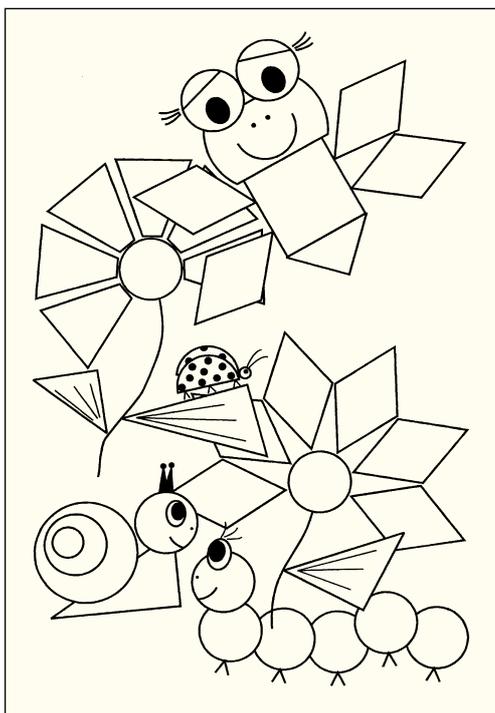
Для закрепления детям предлагаются задания из тетради на печатной основе, требующие вписывания квадратов в окружность.

Основная цель таких уроков – накопление опыта практической деятельности с моделями геометрических фигур, создание адекватного запаса «образов памяти» и получение активного запаса «образов воображения», возникающих после мысленной переработки заданного материала. В процессе выполнения заданий ребенок на первых порах выполняет преобразования моделей не в мысленном плане, а в действенно-практическом, но именно таким образом он и накапливает необходимый запас «единиц пространственного мышления», и приобретает опыт их оперированием, при этом словесное сопровождение (пояснение выполняемых действий) выполняет роль «фиксатора» процесса. Постепенно (и очень плавно) уро-

вень сложности заданий повышается, их выполнение начинает требовать предварительного мысленного оперирования с накопленным запасом представлений, и здесь очень важно, чтобы ребенок «не терял» при этом исходную форму, каким бы преобразованиям он ее ни подвергал, а также, чтобы эти преобразования не были бессмысленным манипулированием наугад, а носили целенаправленный, в определенной мере осознаваемый характер. Безусловно, формирование именно такого стиля мыслительной деятельности и составляет главную методическую проблему, сложность решения которой долгие годы останавливала разработчиков идеи широкой геометризации начального курса математики. Решить эту проблему нам помогла **идея двухэтапного использования конструктивной деятельности ребенка с геометрическими образами.**

На **первом этапе** вся работа с моделями геометрических фигур выполняется ребенком на вещественном уровне (собственно конструирование): ребенок выполняет множество разнообразных заданий с различными (сначала простейшими, а затем более слож-





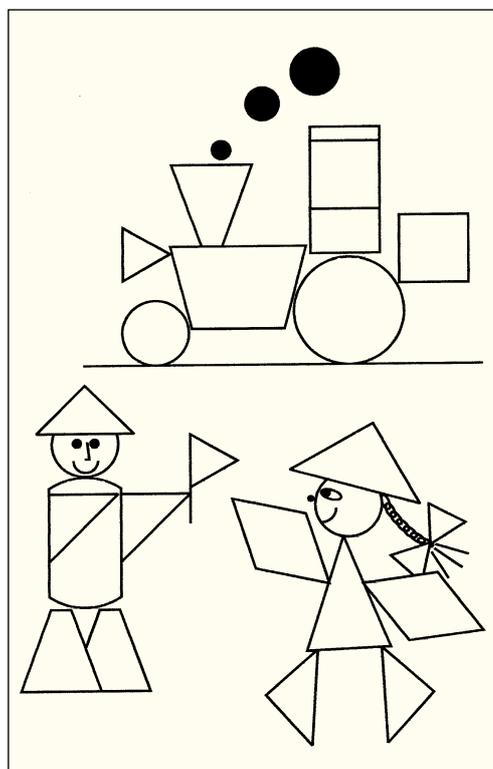
ными) наборами геометрических фигур на складывание по образцу, по заданию, по представлению – узоров, картинок, сюжетов, орнаментов и других конструкций.

На втором этапе те же самые задания он выполняет на графическом уровне, используя прием «конструктивного рисования». Главным отличием этого приема от всех других вариантов является использование специальных рамок с геометрическими прорезями, с помощью которых ребенок получает в рисунке нужные формы.

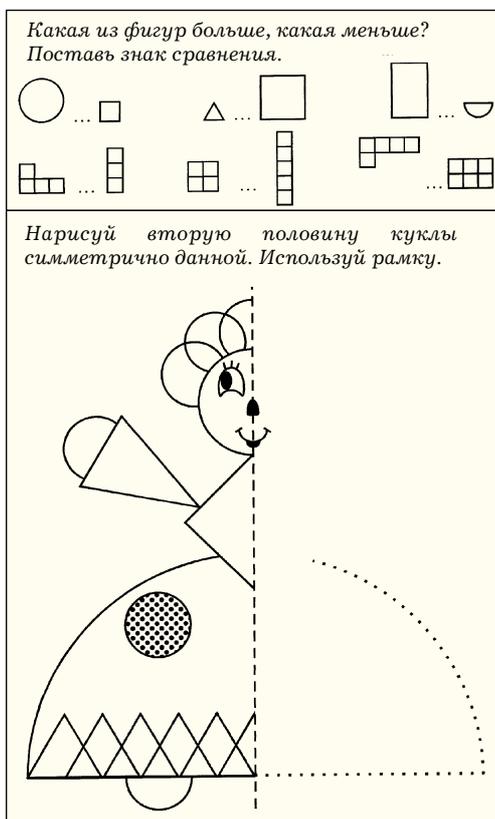
Рамка при этом выполняет множественную роль: она позволяет получить форму, абсолютно адекватную заданной (учитель предлагает образцы, используя те же формы); обводя фигуру по рамке, ребенок каждый раз повторяет эту форму, закрепляя ее образ на уровне кинестетики. Штриховка фигуры по рамке (внутри прорези рамки) не только развивает моторику, но еще раз закрепляет образ плоской фигуры. Поскольку рисунки и композиции содержат огромное количество сочетаний фигур в самых разнообразных положениях, ребенок постепенно научается видеть и

узнавать искомые формы в самых невероятных сочетаниях, ракурсах, наложениях, расчленениях. В итоге за два года такой работы (1-й и 2-й класс) у детей формируется великолепная «устойчивость» в сохранении формы и умение выполнять любые движения этой формы (собственно, все симметрии, повороты, сдвиги и их композиции без введения формализованного аппарата этой темы), а также умения синтезировать из этих форм самые разнообразные композиции и выполнять расчленения этих форм, изменение параметров и другие трансформации. Сами же задания, которые учат всем этим навыкам, носят игровой, внешне привлекательный для ребенка характер забавных рисунков, которые не теряют для него привлекательности даже в более старшем возрасте.

Приведем примеры нескольких страниц тетрадей на печатной основе для 1–2-х классов. Тетрадь имеет формат А4 (альбомный лист), все рисунки ребенок видит в натуральную величину, поэтому при использовании тетрадей в условиях работы даже с очень



«слабым» классом, например в классе выравнивания, учитель имеет возможность широко использовать прием наложения рамки прямо на рисунок до тех пор, пока ребенок не найдет нужную форму в нужном положении.



По мере накопления опыта работы с геометрическими формами ребенок постепенно переходит от преимущественной работы с рамкой к работе с инструментами (циркулем, угольником). Сначала эти средства (рамка, циркуль, угольник) сочетаются, т.е. одни элементы ребенок получает с помощью привычной рамки, другие – с циркулем или угольником, затем к 4-му классу работа с инструментами становится преимущественной.

Ограниченный объем статьи не позволяет нам привести примеры «сценариев» занятий для 3-го и 4-го классов и примеры страниц из соответствующих тетрадей.

Структура тетради на печатной основе задумана таким образом, что она позволяет учителю

«вести» одного или нескольких способных детей в индивидуальном режиме с минимальными затратами времени учителя и максимальной пользой для ребенка. Не секрет, что в реальной школьной ситуации учитель не имеет никаких практических материалов, позволяющих вести работу со способными детьми в режиме необходимой им повышенной интеллектуальной нагрузки. Работа по обеспечению такого режима вынуждает учителя тратить массу времени на поиски соответствующего материала, затем на изготовление соответствующих карточек для ребенка вручную, а затем дополнительных затрат времени для работы с ребенком над этим материалом. Все это отвращает многих учителей от систематической работы со способными к математике детьми в начальной школе. Наличие дополнительного материала в тетради по наглядной геометрии позволяет решить эту задачу на любом уровне сложности. Показательным мы считаем тот факт, что наши тетради для 3-го и 4-го классов охотно берут учителя математики для проведения факультатива в 5–6-х классах для детей, не знакомившихся с наглядной геометрией в начальной школе.

Опыт десяти лет работы показал, что с геометрическим содержанием, организованным таким образом, способен заниматься практически каждый ребенок. Никакого специального отбора в такие классы не производится (более того, как уже говорилось выше, мы специально рекомендуем это содержание в классы выравнивания). Практика показала, что дети из начальной школы прекрасно осваивают этот материал, у них формируется высокий уровень представлений о геометрических фигурах, умение выделять их признаки, сравнивать, обобщать, классифицировать. Кроме того, дети в этих классах хорошо владеют чертежными инструментами (угольником, линейкой, циркулем) и могут использовать их для решения задач на построение, хорошо справляются с

чтением чертежа (в том числе с тремя проекциями объемного тела), обладают хорошо развитым пространственным воображением, умеют рассуждать и понимают смысл этого процесса, а главное:

– у детей формируется общее *положительное отношение к этому предмету* (что является следствием новой, необычной для начальной школы методики обучения и «органического» соответствия характера геометрического материала психофизиологическим особенностям восприятия и усвоения в этом возрасте), а также высокая познавательная активность;

– *детям нравятся трудные задания, они стремятся самостоятельно справиться с ними и очень ждут этих уроков* (по рейтинговой оценке эти уроки дети отмечают среди самых любимых).

При этом не только уровень математической подготовки в этих классах обычно радует учителя-предметника на выпуске из начальной школы, но и отношение к математике, положительный эмоциональный фон к этому предмету в таких классах обычно выше. Значительные положительные сдвиги в уровне сформированности пространственного и логического мышления у детей из таких классов отмечают психологи. Легкость и органичность в дальнейшем усвоении геометрического материала отмечают математики, причем эта тенденция сохраняется на годы (там, где мы имеем возможность проследить такие классы в достаточно «сохраненном» виде в 8–11-х классах, эта разница по-прежнему весьма ощутима). «Совсем другие дети», – говорят о них учителя математики.

Курс также нравится учителям начальных классов, поскольку, с одной стороны, он имеет полное методическое обеспечение, а с другой стороны, сочетается с любым вариантом сегодняшних учебников по математике для начальной школы, решая проблему неразработанности в них геометрической линии (при ус-

лови выведения геометрического материала из содержания используемого учебника в отдельный урок). Такое «выведение» позволяет многим учителям проводить урок «Наглядной геометрии» за счет одного часа математики, не перекраивая учебный план. С другой стороны, существует практика проведения такого урока за счет одного урока труда (технологии), поскольку курс содержит систематическую практическую конструктивную работу с бумагой в том числе, что позволяет перевести выполнение многих заданий по труду на совершенно иной уровень, отойти от работы по воспроизведению образца по инструкционной карте, перейдя к работе с чертежными инструментами и конструктивной деятельности с элементами творчества. Возможно также проведение «Наглядной геометрии» за счет школьного компонента или в качестве факультатива.

Опыт работы показал, что использование «Наглядной геометрии» открывает новые возможности в плане развития обобщенных приемов мыслительной деятельности, восприятия, воображения, образной памяти, пространственного мышления, логики, познавательной активности, интуиции и «математического чутья» ребенка.

#### Литература

1. Эльконин Д.Б. Опыт психологического исследования в экспериментальном классе // Вопросы психологии. 1960, № 5.
2. Эльконин Д.Б. Интеллектуальные возможности младших школьников и содержание обучения // Возрастные возможности усвоения знаний. – М., 1966.
3. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. – М., 1972.

*Анна Витальевна Белошистая – канд. пед. наук, профессор, зав. кафедрой дошкольного и начального образования Мурманского института повышения квалификации работников образования.*